ESTIMASI MODEL PERSAMAAN SIMULTAN DENGAN METODE *TWO STAGE LEAST SQUARES* DAN PENERAPANNYA

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
Guna Memperoleh Gelar Sarjana

Oleh :
Theresia Retno Daniantari
NIM. 06305144021

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2011

PERSETUJUAN

ESTIMASI MODEL PERSAMAAN SIMULTAN DENGAN METODE *TWO STAGE LEAST SQUARES* DAN PENERAPANNYA

SKRIPSI

Telah disetujui pada tanggal
13 April 2011
Untuk diujikan di depan Panitia Penguji Skripsi Prodi Matematika
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Pembimbing,

Dr. Hj. Dhoriva Urwatul W
NIP.196603311993032001

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul "ESTIMASI MODEL PERSAMAAN SIMULTAN DENGAN METODE *TWO STAGE LEAST SQUARES* DAN PENERAPANNYA" ini telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada tanggal 25 April 2011 dan telah dinyatakan lulus.

Dewan penguji

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Dr. Dhoriva U W NIP. 196603311993032001	Lektor	....	02-05-2011
Endang L, M.Si NIP. 195911151986012001	Lektor	....	29-04-2011
M. Susanti, M.Si NIP. 196403141989012001	Lektor	....	02-05-2011
Retno Subekti, M.Si NIP. 198111162005012002	Asisten Ahli	....	04-05-2011

Yogyakarta,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Dekan

Dr. Ariswan
NIP. 131791367

SURAT PERNYATAAN

Yang bertandatangan di bawah ini, saya:

Nama	: Theresia Retno Daniantari
NIM	: 06305144021
Prodi/Jurusan	: Matematika/Pendidikan Matematika
Fakultas	: MIPA
Judul TAS	: Estimasi Model Persamaan Simultan dengan Metode *Two Stage Least Squares* dan Penerapannya

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang sepengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi lain kecuali pada bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan.

Yogyakarta, 27 April 2011

Yang menyatakan,

Theresia Retno Daniantari

06305144021

MOTTO

Barang siapa setia dalam perkara – perkara kecil, maka ia akan setia juga dalam perkara – perkara besar.

Barang siapa tidak benar dalam perkara – perkara kecil, maka ia tidak akan benar juga dalam perkara – perkara besar.

Tuhan tidak akan memberikan apa yang kita inginkan, tetapi Tuhan akan memberikan apa yang kita butuhkan.

Mintalah, maka akan diberikan kepadamu; carilah, maka kamu akan mendapat; ketoklah, maka pintu akan dibukakan bagimu.

(Matius 7 : 7)

Janganlah menghakimi, maka kamu pun tidak akan dihakimi. Jangan menghukum maka kamu pun tidak akan dihukum. Ampunilah maka kamu akan diampuni, berilah maka kamu akan diberi.

(Lukas 6:37)

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini saya persembahkan untuk :

1. *Ayah dan Ibuku tercinta*
   Terima kasih atas do'a, kasih sayang, pengertian, kesabaran, pengorbanan, dan dukungan yang telah diberikan dari kecil sampai sekarang

2. *Keluarga besarku tersayang*
   Mbak Siska, Mbak Ning, dan Adik Rina terima kasih atas do'a, dukungan, dan kasih sayangnya dan dedek aghas atas keceriaannya

3. *Temen-temen kost A28a dan GK I 334 Demangan*
   Terima kasih atas kebersamaan dan keceriaannya

4. *Kak Herry*
   Terima kasih atas semuanya

5. *Sahabatku Yani, Desi, Irna dan temen-temen Math NR'06*
   Terima kasih atas dukungan dan kebersamaannya

6. *Sahabat karibku Yuli, yang selalu memberikan semangat dan saran – saran.*

ESTIMASI MODEL PERSAMAAN SIMULTAN DENGAN METODE *TWO STAGE LEAST SQUARES* DAN PENERAPANNYA

Oleh
Theresia Retno Daniantari
06305144021

ABSTRAK

Dalam sebuah sistem persamaan simultan ada kemungkinan bahwa persamaan satu dengan yang lain saling berkaitan, artinya bahwa variabel *dependent* suatu persamaan dapat menjadi variabel *independent* pada persamaan yang lain dalam sistem. Hubungan yang semacam ini disebut sebagai hubungan yang simultan sehingga sistem persamaannya dinamakan sistem persamaan simultan. Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan prosedur estimasi model persamaan simultan dengan metode *Two Stage Least Squares* serta penerapannya.

Sistem persamaan simultan terdiri atas beberapa persamaan struktural, dengan setiap persamaan struktural tersusun atas variabel endogen yang akan ditentukan secara bersama – sama, variabel eksogen (*predetermined variable*), dan variabel gangguan. Untuk mengestimasikan persamaan – persamaan struktural tersebut, metode *least square* tidak layak untuk diterapkan karena akan memberikan estimator yang bias dan tidak konsisten. Metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) digunakan untuk mengestimasi persamaan yang lebih teridentifikasi (*over identified*), namun dapat juga digunakan untuk mengestimasi persamaan yang tepat teridentifikasi (*just identified*) dalam skripsi ini identifikasi persamaan dengan menggunakan kondisi *order*. Langkah – langkah dalam metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) ada dua tahap. Tahap pertama, setiap variabel endogen diregresikan terhadap semua variabel eksogen dari suatu sistem sehingga diperoleh persamaan bentuk sederhana (*reduce form*). Tahap kedua, hasil estimasi pada tahap pertama dipergunakan untuk mengestimasi persamaan struktural dari model.

Penerapan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) pada skripsi ini di bidang ekonomi, yaitu untuk mengetahui pengaruh investasi (I), dan pengeluaran pemerintah (G) terhadap Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB) (Y), pengaruh Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB) terhadap stok uang (M). Hasil estimasi menunjukkan bahwa Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB) dipengaruhi oleh investasi, dan stok uang dipengaruhi oleh Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB).

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis haturkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan segala rahmat serta hidayah-Nya, sehingga memberikan kekuatan, kemudahan, dan kemampuan kepada penulis untuk dapat menyelesaikan skripsi dengan judul " Estimasi Model Persamaan Simultan dengan Metode *Two Stage Least Squares* dan Penerapannya " guna memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Penulis menyadari akan kelemahan serta keterbatasan yang ada sehingga dalam menyelesaikan skripsi ini memperoleh bantuan dari berbagai pihak. Dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Ariswan selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kesempatan penulis dalam menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Hartono selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M. S selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.
4. Ibu Karyati, M.Si selaku Pembimbing Akademik yang selalu memberikan pengarahan selama penulis duduk di bangku perkuliahan.
5. Ibu Dr. Hj. Dhoriva Urwatul W selaku Pembimbing yang berkenan memberikan waktu bimbingan serta dengan penuh kesabaran memberi pengarahan dalam menyusun skripsi.

6. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan ilmu kepada penulis, semoga ilmu yang diberikan dapat bermanfaat.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan baik isi maupun susunannya. Untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun senantiasa diharapkan. Semoga amal dan kebaikan dari semua pihak mendapatkan balasan dari Tuhan. Akhirnya penulis mengucapkan terima kasih dan semoga skripsi ini dapat bermanfaat tidak hanya bagi penulis tetapi juga bagi para pembaca. Amin.

Yogyakarta, April 2011
Penulis

Theresia Retno Daniantari

06305144021

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Fenomena ekonomi merupakan salah satu fenomena yang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari - hari. Untuk membantu memahami fenomena ekonomi tersebut, banyak dikembangkan teori – teori ekonomi yang mencoba mendefinisikan hubungan antara berbagai variabel ekonomi dalam bentuk matematis. Sebagai pedoman perumusan ekonomi, perlu diketahui hubungan kuantitatif antara variabel ekonomi dimana ukuran – ukuran kuantitatifnya diperoleh dari data yang diambil dari kehidupan sehari - hari.

Ekonometrika adalah ilmu yang mencakup teori ekonomi, matematika, dan statistika dalam satu kesatuan sistem yang bulat, menjadi suatu ilmu yang berdiri sendiri dan berlainan dengan ilmu ekonomi; matematika; maupun statistika. Ekonometrika digunakan sebagai alat analisis ekonomi yang bertujuan untuk menguji kebenaran teori ekonomi yang berupa hubungan antar variabel ekonomi dengan data empiris. Terdapat beberapa metode penyelesaian dalam masalah ilmu ekonometri.

Metode persamaan tunggal merupakan salah satu metode dalam ilmu ekonometri yang digunakan untuk memberikan solusi terhadap hubungan yang terjadi antara variabel ekonomi. Relasi yang terjadi pada persamaan tunggal merupakan hubungan satu arah saja, artinya bahwa variabel *dependent* dijelaskan oleh variabel *independent* dengan nilai dari variabel *independent* sudah tertentu *(deterministic).* Namun pada kenyataannya banyak dijumpai kasus- kasus ekonomi yang mempunyai variabel *independent* yang bersifat acak atau merupakan variabel random, sifat hubungan antar variabelnya pun tidak terbatas hanya merupakan hubungan satu arah melainkan dua arah atau timbal balik. Hubungan timbal balik disini berarti bahwa antara variabel *independent* dan variabel *dependent* saling mempengaruhi satu sama lain, sifat persamaan yang seperti ini dikenal sebagai sifat simultan. Dalam kasus yang seperti ini metode persamaan tunggal kurang dapat digunakan sebagai metode untuk mengestimasi parameter – parameternya, karena jika diterapkan dalam kasus seperti di atas akan menghasilkan estimator yang bias dan tidak konsisten. Metode yang cocok untuk mendapatkan estimator yang tak bias dan konsisten ialah metode persamaan simultan *(Simultaneous-Equation Methods).*

Sistem persamaan simultan merupakan kumpulan dari sejumlah persamaan yang diantaranya terjadi suatu hubungan simultan, artinya bahwa terjadi suatu hubungan timbal balik antara variabel *independent* dan variabel *dependent*, variabel *dependent* dijelaskan oleh variabel *independent* yang merupakan variabel *dependent* bagi persamaan lain dalam sistem. Masalah simultan ini muncul karena adanya korelasi antara variabel *independent* dengan kesalahan randomnya sebagai akibat adanya variabel *dependent* yang menjadi variabel *independent* (*regressor*) bagi persamaan lain dalam sistem tersebut. Jadi model persamaan simultan pada intinya menentukan nilai dari satu set variabel *dependent* dari variabel *independent*.

Ada dua metode estimasi model regresi persamaan simultan, yaitu metode informasi terbatas *(limited information method)* dan metode informasi lengkap *(full information method)*. Metode informasi terbatas disebut juga sebagai metode persamaan tunggal *(single-equation method)* sedangkan metode informasi lengkap disebut juga sebagai metode sistem *(sytem method)*.

Ada dua cara estimasi yang digolongkan dalam metode persamaan tunggal yaitu : 1) Cara *Indirect Least Squares* , 2) Cara *Two Stage Least Squares. Indirect Least Squares* digunakan untuk mengestimasi model regresi persamaan simultan yang dapat diidentifikasikan secara tepat (*exactly identified*) yaitu apabila banyaknya variabel eksogen yang tidak tercakup dalam persamaan sama dengan banyaknya variabel endogen dalam persamaan dikurangi satu (minus 1). Sedangkan *Two Stage Least Squares* digunakan untuk mengestimasi model regresi persamaan simultan yang dapat diidentifikasikan secara berlebihan *(over identified)* apabila banyaknya variabel eksogen yang tidak tercakup di dalam persamaan melebihi banyaknya variabel endogen dalam persamaan dikurangi satu. Estimasi ini terdiri dari dua tahap perhitungan. Pada tahap pertama, mengaplikasikan metode *ordinary least squares* terhadap persamaan-persamaan *reduced form* yaitu persamaan dimana variabel endogen dalam setiap persamaan adalah satu – satunya variabel endogen yang merupakan fungsi dari variabel *independent* dan kesalahan yang bersifat acak.

Berdasarkan nilai-nilai koefisien regresi variabel-variabel *independent* dalam persamaan *reduced form* ini, maka diperoleh estimasi mengenai nilai variabel endogen dalam persamaan-persamaan ini. Pada tahap kedua, substitusikan estimasi nilai variabel endogen yang diperoleh dari perhitungan tahap pertama ke dalam sistem persamaan simultan yang mengalami transformasi. Estimasi nilai parameter-parameter dalam model regresi persamaan simultan dilakukan dengan mengaplikasikan metode *ordinary least squares* terhadap persamaan-persamaan yang telah mengalami transformasi ini.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimana prosedur estimasi model dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) ?
2. Bagaimana penerapan estimasi model dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) ?

C. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut maka tujuan penulisan ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk menjelaskan prosedur estimasi model dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS).

2. Untuk menjelaskan penerapan estimasi model dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS).

D. Manfaat Penulisan

Manfaat penulisan skripsi ini adalah memperkenalkan alternatif metode sistem dalam estimasi model persamaan simultan, yaitu estimasi model persamaan simultan dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) serta mengaplikasikannya pada data – data ekonomi.

BAB II

DASAR TEORI

A. Teori Matriks

Dalam bab ini membahas tentang definisi dan bentuk – bentuk matriks, determinan matriks, *rank* matriks, matriks singular, invers matriks, turunan matriks, bentuk kuadrat, definite dan indefinite

1. Definisi dan Bentuk – Bentuk Matriks

Matriks adalah suatu kumpulan bilangan(elemen-elemen) yang disusun menurut baris dan kolom sehingga berbentuk empat persegi panjang, di mana panjang dan lebarnya ditunjukkan oleh banyaknya kolom – kolom dan baris-baris. Apabila suatu matriks A terdiri dari m baris dan n kolom, maka matriks A dapat ditulis sebagai berikut :

$$A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Matriks memiliki berbagai bentuk, berkenaan dengan elemen-elemen yang dikandungnya. Bentuk – bentuk matriks antara lain : matriks persegi, matriks identitas, matriks ubahan (transpose matriks), matriks simetri, matriksidempoten, dan matriksorthogonal.

Matriks Persegi

Matriks persegi adalah suatu matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom (nxn). (Supranto,1992 : 30)

Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks persegi yang mempunyai angka satu disepanjang diagonal utamanya dan angka nol pada tempat lainnya di luar diagonal utama, biasanya diberi simbol I_n atau I. (Maddala, 1977 :443)

Matriks Ubahan (transpose matrix)

Transposedari suatu matriks $A=(a_{ij})$ adalah suatu matriks baru yang mana elemen – elemennya diperoleh dari elemen-elemen matriks*A* dengan syarat bahwa baris dan kolom matriks menjadi kolom dan baris dari matriks yang baru, dengan kata lain baris *ke-i* dari matriks*A* menjadi kolom *ke-i* dari matriks baru. Biasanya transpose dari matriks*A* diberi simbol A'(dibaca*A* aksen) dan ditulis : $A' = (a'_{ij} = a_{ji})$. (Supranto, 1992 : 58)

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix},\ A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Sifat dari transpose matriks antara lain :

1) (A')'=A.

2) (kA)'=kA'.

3) (A+B)'=A'+B'.

4) (AB)'=B'A'

Matriks Simetri

Matriks simetri adalah suatu matriks yang transposenya sama dengan matriks semula, jadi suatu matriks A=A' atau $a_{ij} = a_{ji}$ dan harus matriks persegi. (Intilligator, Bodkin &Hsiao, 1996 : 605)

Matriks Idempoten

Matriks A adalah matriks idempoten jika dan hanya jika A^2=A (Maddala, 1977: 445).

Matriks Ortogonal

Matriks ortogonal adalah matriks yang apabila dikalikan dengan *transpose*nya menghasilkan matriks identitas (Intilligator, Bodkin & Hsiao, 1996 : 606). Matriks AA'=A'A=I.

2. Determinan Matriks

Untuk setiap matriks persegi ada suatu nilai yang unik yang dinyatakan sebagai determinan dari matriks tersebut.Yang dimaksud dengan determinan adalah suatu nilai yang diperoleh atau tergabung untuk suatu matriks persegi. Jika suatu matriks persegi A dengan n baris dan n kolom dihilangkan baris ke-i dan kolom ke-j, maka determinan matriks persegi dengan (n-1) baris dan (n-1) kolom, yaitu sisa matriks yang tinggal yang disebut *minor* matriks dari elemen a_{ij}. (Supranto, 1992 : 52)

Determinan matriks persegi A berordo nxn, disimbolkan dengan |A| atau *det*(A).

$$A = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} C_{ij}$$

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \left| M_{ij} \right|$$

dengan C_{ij} merupakan *kofaktor* dari matriks A.

$|M_{ij}|$ merupakan determinan dari *minor*.

M_{ij} adalah *minor* dari unsur a_{ij} yang diperoleh dengan jalan menutup baris ke-i dan kolom ke-j dari determinan matriks A.

Contoh :$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

$$|A| = a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$+ a_{12}\,(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{13}a_{22}$$

Sifat – sifat dari determinan matriks antara lain :

a. | I | = 1 dan | 0 | = 0.

b. Jika A dan B adalah matriks persegi dan matriksberordo sama maka |AB| = |A| |B| dan |BA| = |B| |A|.

c. Jika A adalah matriks diagonal berorder n maka |A| = $a_{11}a_{22} \cdots a_{nn}$

3. ***Rank* Matriks**

Rank matriks A dapat ditulis sebagai *rank* (A), yaitu maksimum dari jumlah bilangan dalam baris serta kolom yang menghasilkan determinan yang tidak singular (matriks non singular). (Intilligator, Bodkin & Hsiao, 1996 : 609)

Sifat – sifat dari *rank* matriks antara lain :

a. *Rank*(I) = n, *rank*(A)=n, *rank*(0) = 0, dimana A adalah matriks orthogonal berordo n dan I adalah matriks identitas berordo n,

b. *Rank*(A) = *rank*(A')=*rank*(A'A)= *rank*(AA'),

c. jika A dan B berorder sama maka *rank*(A+B)≤*rank*(A)+*rank*(B),

5. Matriks Singular

Matriks singular adalah matriks persegi yang determinannya sama dengan nol. Jadi matriks persegi A dikatakan matriks singular jika |A| = 0. Sedangkan matriks *nonsingular*yaitu matriks persegi yang determinannya tidak sama dengan nol. Jadi matrik persegi A dikatakan matriks non singular jika |A|≠0. (Assauri, 1983 :78)

6. *Invers* Matriks

Misalkan A merupakan matriks persegi dengan n baris dan n kolom dan I merupakan matriks identitas, apabila ada matriks persegi A^{-1} sedemikian sehingga berlaku hubungan $AA^{-1}=A^{-1}A=I$, maka A^{-1} disebut *invers* dari matriks A (Supranto,1992: 136).

*Invers*dari suatu matriks dapat ditentukan yaitu :

$$A^{-1} = \frac{(C_{ij})'}{|A|} = \frac{(-1)^{i+j}M_{ji}}{|A|}$$

Dengan (C_{ij}) adalah *kofaktor* matriksA dan $(C_{ij})'$ adalah *transpose* (C_{ij}) yang disebut dengan *adjoint*matriks.

Sifat – sifat dari *invers* suatu matriks antara lain :

a. $I^{-1}= I$,

b. $(A^{-1})^{-1}=A$, $AA^{-1} = I$, $|A^{-1}|=|A|^{-1}=1/|A|$,

c. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ jika A dan B adalah *nonsingular* dan berordo sama

d. $A^{-1}=A'$ jika dan hanya jika A adalah matriks ortogonal.

7. Bentuk Kuadrat, Definite dan Indefinite

Diberikan **A** suatu matriks persegi berordo nxn dan simetris, **x** merupakan vektor kolom, bentuk kuadratik matriks**A**adalah :

$$s = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$$

$$s = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$s = a_{11}x_1x_1 + a_{12}x_1x_2 + \cdots + a_{1n}x_1x_n + a_{21}x_2x_1 + \cdots \quad + a_{2n}x_2x_n + \cdots$$
$$+ a_{n1}x_nx_1 + \cdots + a_{nn}x_nx_n$$

(2.24)

Beberapa bentuk kuadrat mempunyai sifat ***X'AX***> 0 untuk semua *X*, kecuali *X* = 0, beberapa nilai negatif untuk semua *X* kecuali *X* = 0 dan beberapa dapat mempunyai kedua nilai positif dan negatif.Bentuk kuadrat ***X'AX***dikatakan *definit positif* apabila nilainya positif (*X'AX >0*) untuk setiap *X*, kecuali *X* = 0.Bentuk kuadrat ***X'AX***dikatakan *semidefinit positif* apabila nilainya non negatif (*X'AX ≥ 0*) untuk setiap *X*, dan ada nilai – nilai *X* ≠ 0 untuk ***X'AX*** = 0.

Definit negatif dan yang *semi definitnegatif* didefinisikan dengan menukar kata – kata *negatif* dan *positif* dalam definisi di atas. Jika ***X'AX*** definit positif (semi definit) maka***X'(-A)X****definit negatif* (semi definit). Suatu bentuk kuadrat ***X'AX*** dikatakan *bukan definit* kalau nilainya *positif* untuk beberapa nilai dari *X* dan *negatif* untuk lainnya (Supranto, 1974:256).

8. Turunan Matriks

Misalkan ada dua vektor A dan X dimana :

$\boldsymbol{A} = [a_1, a_2, \ldots, a_n]dan\boldsymbol{X} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Maka

$$\boldsymbol{A'X} = (a_1,\ a_2, \dots, a_n)\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = a_1x_1 + a_2x_2 + \ \dots + \ a_nx_n$$

Jika diambil turunan parsial dari *A'X* masing – masing terhadap x_i, maka akan diperoleh hasil berikut :

$$\frac{\delta(\boldsymbol{A'X})}{\delta x_1} = a_1$$

$$\frac{\delta(\boldsymbol{A'X})}{\delta x_2} = a_2$$

$$\vdots$$

$$\frac{\delta(\boldsymbol{A'X})}{\delta x_n} = a_n$$

Dari hasil di atas dapat disimpulkan bahwa turunan parsial tersebut merupakan elemen – elemen dari vektor **A**. Jadi apabila dilakukan penurunan parsial sampai n kali dan selanjutnya hasilnya diatur dan disusun sebagai suatu vektor A, proses ini dapat dianggap sebagai salah satu vektor defferensiasi, yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\frac{\delta(A'X)}{\delta x} = \boldsymbol{A} = [a_1, a_2, \dots, a_n]$$

Dari persamaanberikut :

$$\boldsymbol{X'AX} = (x_1,\ x_2, \dots, x_n)\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$= a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + \ \dots + 2a_{1n}x_1x_n + a_{22}x_2^2 + \\ 2a_{23}x_2x_3 + \cdots + \ 2a_{2n}x_2x_n + \cdots + a_{nn}x_n^2$$

Jika diambil turunan parsial terhadap elemen – elemen dari **X** akan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\frac{\delta(A'X)}{\delta x_1} = 2(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n)$$

$$\frac{\delta(A'X)}{\delta x_2} = 2(a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{\delta(A'X)}{\delta x_n} = 2(a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + a_{3n}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n)$$

Jika diperhatikan hasil di atas, $a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + a_{3n}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n$merupakan elemen-elemen dari hasil kali matriks*A* dan vektor *X*, yaitu AX dan memberikan suatu vektor kolom dengan n elemen. Jadi hasil di atas dapat diringkas sebagai berikut :

$$\frac{\delta(\boldsymbol{X'AX})}{\delta x} = \boldsymbol{2XA}$$

B. Regresi Klasik

Model regresi dengan variabel*dependent***Y** dan k-1 variabel *independent* dapat ditulis :

$$\boldsymbol{Y}_i = \beta_1 + \beta_2\boldsymbol{x}_{2i} + \cdots + \beta_k\boldsymbol{x}_{ki} + \boldsymbol{e}_i;\ \text{i = 1, 2, …, n}$$

Bentuk tersebutdapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{e}$$

Dengan **Y** merupakan vektor kolom n x 1 observasi atas variabel *dependent* Y.
X merupakan matriks n x k yang memberikan n observasi atas k-1
Variabel*independent* disebut juga matriks data.
β merupakan vektor kolom k x 1 dari parameter yang tidak diketahui.
emerupakan vektor kolom n x 1 dari gangguan e_i.
Dalam model regresi linear klasik terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi yaitu :

1. E(e) = 0, dengan**e** dan 0 merupakan vektor kolom n x 1 dan 0 merupakan vektor nol.

2. $E(ee') = \sigma^2 I_n$, asumsi ini menjelaskan bahwa variansi $e_i$sama untuk setiap nilai x_i (homokedastisitas) dan tidak adanya korelasi yang berurutan (autokorelasi)

3. e mengikuti distribusi normal dengan mean 0 dan variansi $\sigma^2 I_N$

4. **X** merupakan nonstokastik n x k, yaitu terdiri dari sekelompok bilangan tetap.

5. Rank dari **X**adalah k (banyak kolom dari x) dan k lebih kecil dari n (banyaknya observasi) ini berarti matriks**X** bebas linear yaitu tidak ada hubungan linear yang pasti diantara variabel x dengan kata lain tidak terdapat multikolinearitas.

C. Sifat – Sifat Estimasi

Istilah "estimasi" digunakan untuk menunjukkan metode atau caramenghitung nilai parameter tertentu sedangkan istilah "estimator" digunakan untuk menunjukkan hasil penerapan metode tersebut.

Pada umumnya, semakin besar banyak pengamatan dalam data sampel, semakin tinggi ketetapan suatu estimator.Mengingat hal ini, maka sifat – sifat yang dibutuhkan oleh estimator dapat digolongkan menjadi dua kelompok tergantung pada besar-kecilnya ukuran sampel. Sifat – sifat sampel kecil atau sampel berhingga mengacu pada sifat – sifat distribusi sampel suatu estimator yang didasarkan pada ukuran sampel tetap (*fixed sample size*). Sifat-sifat sampel besar atau sampel asimptotik adalah sifat – sifat distribusi sampel suatu estimasi yang diperoleh dari sampel yang banyaknya mendekati tak berhingga (*infinity*).

1. Sifat Sampel Kecil

Sifat – sifat yang dibutuhkan atau kriteria utama suatu estimator yang baik diperoleh dari sampel kecil adalah :

a. Tak Bias

Estimator bias adalah perbedaan antara nilai harapan dan nilai parameter yang sebenarnya dalam suatu model. Secara matematik, bias = $E[\hat{\Theta}] - \Theta$

Suatu estimator dikatakan tidak bias (*unbiased*), jika $E\left[\hat{\Theta}\right] - \Theta = 0$. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa $\hat{\Theta}$ adalah sebuah estimator yang tidak bias terhadap Θjika $E\left[\hat{\Theta}\right] = \Theta$. Apabila biasnya positif, maka estimatortersebut dikatakan mengalami “bias ke atas”.Bila biasnya negatif, maka estimator tersebut mengalami “bias ke bawah”.

Tak bias adalah sifat yang dibutuhkan tetapi tidak begitu penting. Hal ini karena sifat tak bias tidak menunjukkan apapun mengenai penyebaran dari distribusi estimator. Suatu estimator yangtidak bias tapi memiliki variansi yang besar, seringkali menghasilkan estimasi yang jauh berbeda dari nilai parameter yang sebenarnya.

b. Variansi Terbaik / Estimator Terbaik

Sebuah estimator dikatakan terbaik apabila estimator tersebut memiliki varian terkecil dibandingkan dengan estimator- estimator lain yang diperoleh dengan metode berbeda.

c. Minimum Mean-Square-Error (MSE)

MSE adalah nilai harapan dari kuadrat selisih antara estimator dengan parameter populasi.

$$
\begin{aligned}
\text{MSE}(\hat{\Theta}) &= \text{E}[\hat{\Theta}\text{-}\Theta]^2 \\
&= \text{E}[\hat{\Theta}\text{-}E\left[\hat{\Theta}\right] + E\left[\hat{\Theta}\right] - \Theta]^2 \\
&= \text{E}[\hat{\Theta}\text{-}E\left[\hat{\Theta}\right]]^2 + E[E(\hat{\Theta}) - \Theta]^2 + 2E[\{\hat{\Theta} - E\left[\hat{\Theta}\right]\}\{E\left[\hat{\Theta}\right] - \Theta\}
\end{aligned}
$$

Tetapi:

$$E\left[\hat{\Theta} - E\left[\hat{\Theta}\right]\right]^2 = Var\left(\hat{\Theta}\right) \text{dan} [E\left[\hat{\Theta}\right] - \Theta]^2 = [bias(\hat{\Theta})]^2$$

Juga :

$$E\left[\left\{\hat{\Theta} - E\left[\hat{\Theta}\right]\right\}\left\{E\left[\hat{\Theta}\right] - \Theta\right\}\right] = E[\hat{\Theta}E[\hat{\Theta}]\text{-}\{E[\hat{\Theta}]\}^2 - \hat{\Theta}\Theta + \Theta E\left[\hat{\Theta}\right]]$$

$$= \{E[\hat{\Theta}]\}^2\text{-}\{E[\hat{\Theta}]\}^2\text{-}\ \Theta.E\left[\hat{\Theta}\right] + \Theta.E\left[\hat{\Theta}\right]$$

$$= 0$$

Oleh karenanya, MSE $(\hat{\Theta})$ = Var $(\hat{\Theta})$ + [bias $(\hat{\Theta})]^2$

Dengan kata lain MSE adalah jumlah dari dua kuantitas, yaitu variansi dan bias kuadrat. Jika salah satu dari kedua komponen ini mempunyai nilai lebih kecil dibanding komponen lainnya, maka perbedaan tersebut ditunjukkan oleh MSE.Oleh karena itu estimator yang memiliki MSE terkecil lebih baik dari pada kriteria minimum dari salah satu komponen MSE

d. Best Linear Unbiasedness Estimator (BLUE)

Suatu estimator dikatakan *BLUE* atau *Best Linear Unbiasedness Estimator*apabila estimatoritu memenuhi kriteria linear, takbias, dan memiliki variansi terkecil bila dibandingkan dengan semua estimator lain yang juga linear dan tidak bias (Thomas, 1997: 110).

2. Sifat Sampel Besar

Sifat asimptotik berkaitan dengan estimator yang diperoleh dari sampel besar.Sampel besar ini mempunyai ukuran sampel *n*, dimana $n \rightarrow \infty$.Dalam hal ini, pengertian *asimptotik* menunjukkan distribusi *asimptotik* dari suatu estimator. Beberapa sifat dari distribusi asimptotik suatuestimator adalah (Sumodiningrat, 1994: 51) :

a. Tak Bias secara Asimptotik

Sebuah estimasi dikatakan sebagai estimator yang tidak bias secara asimptotik bagi parameter yang sebenarnya, jika :

$$\lim_{n\rightarrow\infty} E\left[\hat{\theta}_n\right] = \theta$$

Subskrip n pada θ menunjukkan ukuran sampel. Jadi bias asimptotik dari

$$\hat{\theta} = \{\lim_{n\rightarrow\infty} E\left[\hat{\theta}_n\right]\} - \hat{\theta}_n = 0$$

Definisi ini menyatakan bahwa sebuah estimator tidak bias secara asimptotik jika penyimpangannya menjadi nol untuk $n \rightarrow \infty$. Sebuah estimasi yang tidak bias tetap tidak bias secara asimptotik, namun tidak demikian sebaliknya.

b. Konsisten

Sebuah estimator, $\hat{\theta}$, disebut estimator yang konsisten bagi θ, jika memenuhi dua syarat berikut :

1. $\hat{\theta}$ adalah tidak bias secara asimptotik atau :

$$\lim_{n\to\infty} E[\hat{\theta}_n] = \theta$$

2. Varian dari $\hat{\theta}$ mendekati nol bila n→∞

$$\lim_{n\to\infty}[Var(\hat{\theta}_n)] = 0$$

Formalnya, suatu estimator dikatakan konsisten jika probabilitas nilai absolute dari perbedaan antara $\hat{\theta}$ dan θ menjadi lebih kecil mendekati satu.

c. Efisien secara Asimptotik

Sebuah estimator$\hat{\theta}$, adalah estimator yang efisien secara asimptotik bagi $\hat{\theta}$, jika memenuhi syarat :

1. $\hat{\theta}$ adalah konsisten, dan
2. $\hat{\theta}$memiliki varian asimptotik yang lebih kecil dibanding dengan varian asimptotik estimator konsisten lainnya.

Pemenuhan syarat pertama tidak sulit.Penentuan suatu estimator yang konsisten telah memenuhi syarat kedua atau tidak adalah yang lebih sulit. Kesulitan ini disebabkan karena varian dari setiap estimator yang konsisten akan cenderung menjadi nol bila n→∞. Dalam hal ini, jika akan dibuat perbandingan di antara estimator – estimator yang konsisten, maka dipilih sebuah estimator yang variansinya lebih cepat mendekati nol. Secara asimptotik estimator ini disebut estimator yang lebih efisien.

D. Metode *Ordinary Least Square* (OLS)

Dalam persamaan regresi linear terdapat sejumlah parameter yang tidak diketahui nilainya.Untuk mendapatkan penduga yang baik bagi parameter persamaan regresi dapat digunakan metode *OLS* atau metode kuadrat terkecil dalam estimasinya. Metode kuadrat terkecil adalah metode yang digunakan untuk menentukan nilai estimasi bagi parameter yang menghasilkan jumlah kuadrat residual minimum (Thomas,1997 : 172).

Bentuk umum dari persamaan regresi linear sederhana adalah :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Untuk mendapatkan estimator - estimator*OLS* bagi β, dilakukan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat residualnya, dengan

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots + \varepsilon_n^2$$

$$= (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n) \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

$$= \varepsilon' \varepsilon$$

Didefinisikan $\varepsilon^2 = \varepsilon' \varepsilon$

Sehingga $\varepsilon' \varepsilon = (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta})'(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta})$

$$= \boldsymbol{Y'Y} - \boldsymbol{\beta' X' Y} - \boldsymbol{Y' X \beta} + \boldsymbol{\beta' X' X \beta}$$

Karena $\boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$ adalah matrik skalar (1x1), maka matrik*transposenya* adalah $\boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}$

Jadi $\varepsilon'\varepsilon = \boldsymbol{Y}'\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{2\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}$.

Dengan meminimumkan $\varepsilon'\varepsilon$ terhadap elemen $\boldsymbol{\beta}$.

$$\frac{\partial \sum \varepsilon^2}{\partial \beta} = \frac{\partial(\varepsilon'\varepsilon)}{\partial \beta} = -\boldsymbol{2X}'\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{2X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$\frac{\partial(\varepsilon'\varepsilon)}{\partial \beta} = 0 \Leftrightarrow -\boldsymbol{2X}'\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{2X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} = 0$$

Untuk memperoleh estimator$\boldsymbol{\beta}$ maka

$$\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$(2.16)

E. Sifat Estimator OLS

Estimator dari OLS merupakan estimator yang tak bias, linear, dan mempunyai variansi yang minimum.Sifat tersebut dikenal dengan sebutan BLUE yaitu *Best Linear Unbiasedness Estimator*, ringkasnya estimator OLS adalah efisien.

1. Linear

Linear berarti bahwa setiap estimator$\hat{\beta}$ mempunyai hubungan yang linear terhadap variabel independen. Berdasarkan persamaan 2.16 didapat

$$\boldsymbol{\hat{\beta}} = \mathbf{(X'X)^{-1}X'Y}$$

$$= \mathbf{(X'X)^{-1}X'(X\beta+\varepsilon)}$$

$$=\boldsymbol{\beta}+\mathbf{(X'X)^{-1}X'\varepsilon} \textbf{ (karena } \mathbf{(X'X)^{-1}X'X}=1) \qquad 2.17$$

Persamaan 2.17 menunjukkan bahwa $\hat{\beta}$ adalah fungsi linear dari β dan ε.

2. Tak bias

Estimator dikatakan tak bias jika nilai harapan dari estimator yaitu E[$\hat{\beta}$] sama dengan nilai parameternya yaitu β.

$$\mathbf{E}[\boldsymbol{\hat{\beta}}] = \mathbf{E}[\boldsymbol{\beta}+\mathbf{(X'X)^{-1}X'}\ \boldsymbol{\varepsilon}]$$

$$= \boldsymbol{\beta} + \mathbf{E}[\mathbf{(X'X)^{-1}X'}\ \boldsymbol{\varepsilon}]$$

$$= \boldsymbol{\beta} + \mathbf{(X'X)^{-1}X'E}[\boldsymbol{\varepsilon}]$$

$$= \boldsymbol{\beta}$$

Karena E[ε] = 0, maka E[$\hat{\beta}$] = β dengan β merupakan nilai parameter yang sesungguhnya.

3. Memiliki variansi yang minimum

Var($\hat{\beta}$) = $\mathbf{E}[(\boldsymbol{\hat{\beta}}-\boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{\hat{\beta}}-\boldsymbol{\beta})']$ **dimana** $\boldsymbol{\hat{\beta}}-\boldsymbol{\beta}=\mathbf{(X'X)^{-1}X'}\ \boldsymbol{\varepsilon}$

$$= \mathbf{E[\{(X'X)^{-1}X'\ \varepsilon\}\{(X'X)^{-1}X'\ \varepsilon\}']}$$

$$= \mathbf{(X'X)^{-1}X'E[\varepsilon\ \varepsilon']X(X'X)^{-1}}$$

$$= \mathbf{(X'X)^{-1}X'\ \sigma^2 I\ X(X'X)^{-1}} \text{ dengan } E[\varepsilon\varepsilon']=\sigma^2 I$$

$$= \mathbf{\sigma^2(X'X)^{-1}}$$

Untuk menunjukkan bahwa $\hat{\beta}$ adalah estimator yang mempunyai variansi minimum, maka harus dibuktikan bahwa variansi yang diperoleh yaitu var($\hat{\beta}$) = σ^2**(X'X)**$^{-1}$ adalah yang terkecil diantara semua variansi estimator yang lain yang linear dan tidak bias. Prosedurnya yaitu diasumsikan sebuah estimatoralternatif yang linear dan tidak bias, kemudian dibuktikan variansinya lebih besar daripada variansi estimator dalam model regresi.

Misalnya β^* = [(**X'X**)$^{-1}$**X'**+**B**]**Y**, dengan **B** adalah matriks yang berordo (*kxn*).

Sehingga, $\boldsymbol{\beta^*} = \mathbf{[(X'X)^{-1}X'+B][X\ \beta+\ \varepsilon]}$

$$\boldsymbol{\beta^*} = \mathbf{(X'X)^{-1}X'(X\ \beta+\ \varepsilon\ )+B(X\ \beta+\ \varepsilon)}$$

$$\mathbf{E[\beta^*]} = \mathbf{E[(X'X)^{-1}X'(X\ \beta+\ \varepsilon\ )+B(X\ \beta+\ \varepsilon)]}$$

$$= \mathbf{E[(X'X)^{-1}X'X\ \beta\ +(X'X)^{-1}X'\ \varepsilon + BX\ \beta+B\ \varepsilon]}$$

$$= \mathbf{\beta + E[\varepsilon]\ (X'X)^{-1}X'+ BX\ \beta+ E[\varepsilon]B}$$

$$= \mathbf{\beta + BX\ \beta} \text{ (karena } E[\varepsilon]=0).$$

Karena β^* merupakan estimator yang tidak bias bagi β, maka$E[\beta^*]=\beta$ atau dengan kata lain ($\mathbf{BX\ \beta}$) merupakan matrik nol. Jadi $\mathbf{BX}= 0$.

Jika $\boldsymbol{\beta^*=[(X'X)^{-1}X'+B]Y}$ adalah estimator yang tidak bias.

Maka variansi dari estimator alternatif yaitu :

$$\text{Var}\ (\boldsymbol{\beta^*}) \ \boldsymbol{=E[(\beta^*-\beta)(\beta^*-\beta)']}$$

$$\boldsymbol{= E[\{[(X'X)^{-1}X'+B]Y-\beta\}\{[\{(X'X)^{-1}X'+B]Y-\beta\}']}$$

$$\boldsymbol{= E[\{[(X'X)^{-1}X'+B][X\beta+\varepsilon]-\beta\}\{[(X'X)^{-1}X'+B][X\beta+\varepsilon]-\beta\}']}$$

$$\boldsymbol{=E[\{(X'X)^{-1}X'X\beta+(X'X)^{-1}X'\varepsilon+BX\beta+B\varepsilon-\beta\}\{(X'X)^{-1}X'X\beta+}$$
$$\boldsymbol{(X'X)^{-1}X'\varepsilon +B\ X\beta+B\varepsilon-\beta\}']}$$

$$\boldsymbol{= E[\{(X'X)^{-1}X'\ \varepsilon + B\varepsilon\ \}\{(X'X)^{-1}X'\ \varepsilon + B\varepsilon\ \}']}$$

Karena $\mathbf{BX}=0$

$$= E\boldsymbol{[\{(X'X)^{-1}X'\ \varepsilon + B\varepsilon\ \}\{\varepsilon'X(X'X)^{-1}+\varepsilon'B'\}]}$$

$$\boldsymbol{= E[\{(X'X)^{-1}X'+B\}\varepsilon\varepsilon'\{X(X'X)^{-1}+B'\}]}$$

$$\boldsymbol{=\{(X'X)^{-1}X'+B\}E[\varepsilon\varepsilon']\{X(X'X)^{-1}+B'\}}$$

Karena $E[\varepsilon\varepsilon'] = \sigma^2 I=\sigma^2 I_n$ maka

$$\text{Var}\ (\boldsymbol{\beta^*}) \ \boldsymbol{= \sigma^2 I_n\{(X'X)^{-1}X'+B\}\{X\ (X'X)^{-1}+B'\}}$$

$$\boldsymbol{= \sigma^2 I_n\{(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1}+(X'X)^{-1}X'B'+BX(X'X)^{-1}+BB'\}}$$

$$\boldsymbol{= \sigma^2\{(X'X)^{-1}+BB'\}}$$

$$= \boldsymbol{\sigma}^2(\mathbf{X'X})^{-1} + \boldsymbol{\sigma}^2\ \mathbf{BB'}$$

Karena $\sigma^2\mathbf{BB'}$ merupakan matrik*semi definit positif* , terbukti bahwa $\hat{\beta}$ adalah estimator terbaik.

BAB III

PEMBAHASAN

Model persamaan tunggal menyatakan variabel *dependent* sebagai sebuah fungsi linear dari satu atau lebih variabel *independent* dan hubungan sebab akibat antara variabel *dependent* dengan variabel *independent* merupakan hubungan satu arah.Namun banyak situasi dengan hubungan satu arah atau hubungan sebab akibat satu arah tidak berarti.Ini terjadi jika variabel *dependent* Y tidak hanya ditentukan oleh variabel *independent* X tetapi variabel *independent* X sebaliknya ditentukan oleh variabel *dependent* Y, ringkasnya ada hubungan dua arah atau simultan.Dalam model persamaan simultan ada sejumlah persamaan yang membentuk suatu sistem persamaan yang menggambarkan ketergantungan diantara berbagai variabel dalam persamaan – persamaan tersebut. Ketergantungan tersebut akan berpengaruh pada estimasi dan inferensi model.

A. Model Umum Sistem Persamaan Simultan

Setiap persamaan simultan disusun oleh tiga variabel yaitu *variabel endogen, variabel predetermine,*dan variabel gangguan. Variabel endogen merupakan variabel yang nilainya ditentukan secara bersama – sama dalam suatu sistem persamaan simultan, dan merupakan variabel yang acak. Variabel *predetermine* merupakan variabel yang nilainya sudah ditentukan terlebih dahulu atau merupakan variabel *independent*. Variabel *predetermine* yang nilainya ditentukan di luar model disebut *variabel eksogen*, variabel endogen pada persamaan lain atau variabel endogen waktu lampau (*lagged-endogenous* *variable*) juga dapat berperan sebagai variabel *predetermine.*Persamaan – persamaan yang ada dalam model disebut *persamaan struktural* sedangkan parameter – parameternya disebut *parameter struktural.*Parameter struktural mencerminkan pengaruh langsung dari setiap variabel eksogen terhadap variabel endogen. Suatu model simultan dikatakan lengkap jika banyaknya persamaan dalam sistem sama dengan banyak variabel endogennya.

Bentuk umum suatu sistem persamaan linear dengan m variabel endogen, yaitu $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$dan n variabeleksogen$Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$dapat ditulis sebagai berikut :

$$\alpha_{11}y_1 + \alpha_{21}y_2 + \cdots + \alpha_{m1}y_m + \beta_{11}x_1 + \beta_{21}x_2 + \cdots + \beta_{n1}x_n = \varepsilon_1$$
$$\alpha_{12}y_1 + \alpha_{22}y_2 + \cdots + \alpha_{m2}y_m + \beta_{12}x_1 + \beta_{22}x_2 + \cdots + \beta_{n2}x_n = \varepsilon_2$$
$$\vdots$$
$$\alpha_{1m}y_1 + \alpha_{2m}y_2 + \cdots + \alpha_{mm}y_m + \beta_{1n}x_1 + \beta_{2n}x_2 + \cdots + \beta_{nm}x_n = \varepsilon_m \tag{3.1}$$

Di mana $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_m$adalah galat acak, nilai – nilai α adalah nilai koefisien variabel endogen dan nilai – nilai β adalah nilai koefisien variabel eksogen.

Sistem persamaan simultan yang ditunjukkan dalam persamaan (3.1) dapat ditulis dalam bentuk notasi sebagaiberikut :

$$\mathbf{yA} + \mathbf{xB} = \boldsymbol{e} \tag{3.2}$$

Dengan :

y: vektor baris dari variabel – variabel endogen

x: vektor kolom dari variabel – variabel bebas,

e : vektor baris dari stokastik error,

A dan **B** : matrik koefisien untuk **y** dan **x**

Jika matrik**A** bersifat nonsingular, maka sistem persamaan (3.2) mempunyai penyelesaian :

$$\mathbf{y} = -\mathbf{x}\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1} + \boldsymbol{e}\mathbf{A}^{-1} \tag{3.3}$$

Dengan menggunakan simbol $\Pi = -BA^{-1}$ dan $\hat{u} = eA^{-1}$, persamaan (3.3) dapat dituliskan sebagai :

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}\ \boldsymbol{\Pi} + \hat{\boldsymbol{u}} \tag{3.4}$$

Persamaan (3.4) disebut sebagai *reduced form* dari persamaan (3.1). Persamaan *reduced form* dapat juga dinyatakan dalam bentuk :

$$y_h = \sum_{j=1}^{n} x_j \Pi_{jh} + \hat{u}_h (h = 1,2, \dots, m) \tag{3.5}$$

Persamaan (3.5) menjadi dasar untuk estimasi model regresi persamaan simultan.

B. Identifikasi Model

Identifikasi model persamaan simultan dilakukan untuk menentukan metode yang sesuai untuk mengestimasi model tersebut.Persamaan simultan mensyaratkan bahwa setiap persamaan strukturalnya harus dapat diestimasi, untuk itu sebelum dilakukan proses estimasi terlebih dahulu harus dilakukan identifikasi terhadap setiap persamaan struktural. Identifikasi merupakan suatu cara untuk mencari suatu penyelesaian yang tunggal untuk parameter struktural dari bentuk sederhana (*reduce form*) dalam suatu model. Dalam pengidentifikasian, terdapat 3 kondisi identifikasi yaitu persamaan tepat teridentifikasi (*exactly identified*), persamaan terlalu teridentifikasi (*overidentified*) dan persamaan tidak teridentifikasi (*underidentified*).Suatu persamaan dikatakan tepat teridentifikasi apabila parameter – parameternya dapat diestimasi secara unik atau hanya ada satu hasil estimasi. Dikatakan *overidentified* jika parameter-parameter dalam persamaan mempunyai lebih dari satu hasil estimasi yang bisa digunakan. Sedangkan persamaan dikatakan *underidentified* jika parameter-parameternya tidak dapat diestimasi dengan metode apa pun.

Dua macam cara pengujian identifikasi adalah *order conditions* dan *rank conditions*, yang diterapkan langsung pada bentuk model struktural. Oleh karena itu, sebelum menguji kondisi identifikasi, terlebih dahulu harus dibuat kerangka bentuk umum persamaan simultan.

Pada umumnya, bentuk struktural dari sistem persamaan simultan adalah sebagai berikut :

$$\alpha_{11}y_1 + \alpha_{21}y_2 + \cdots + \alpha_{m1}y_m + \beta_{11}x_1 + \beta_{21}x_2 + \cdots + \beta_{n1}x_n = \varepsilon_1$$

$$\alpha_{12}y_1 + \alpha_{22}y_2 + \cdots + \alpha_{m2}y_m + \beta_{12}x_1 + \beta_{22}x_2 + \cdots + \beta_{n2}x_n = \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$\alpha_{1m}y_1 + \alpha_{2m}y_2 + \cdots + \alpha_{mm}y_m + \beta_{1n}x_1 + \beta_{2n}x_2 + \cdots + \beta_{nm}x_n = \varepsilon_m$$

1. Kondisi *Order*

Kondisi ini didasarkan atas kaidah perhitungan variabel – variabel yang tidak dimasukkan ke dalam dan dikeluarkan dari suatu persamaan tertentu. Suatu persamaan dapat dianggap dapat didefinisikan apabila banyaknya *predetermined variable* yang tidak dimasukkan dalam persamaan, sekurang – kurangnya harus sebanyak variabel endogen yang terdapat dalam persamaan dikurangi satu. Kondisi order ini dapat dinyatakan dengan :

$$K - K^{*} \geq G^{*} - 1$$

Dengan menambahkan $(G\text{-}G^{*})$ pada kedua sisi ketidaksamaan, diperoleh :

$$(G - G^{*}) + (K - K^{*}) \geq (G - G^{*}) + (G^{*} - 1)$$

$(G - G^{*})$	+	$(K - K^{*})$	$\geq$	$(G - 1)$
banyak variabel endogen yang tidak terdapat dalam persamaan yang bersangkutan		banyak variabel eksogen yang tidak terdapat dalam persamaan yang bersangkutan		banyak variabel endogen dalam model dikurangi satu

Contoh 1

Fungsi permintaan : $Q_d = \beta_0 + \beta_1 P + \varepsilon$

Fungsi Penawaran : $Q_s = \alpha_0 + \alpha_1 P + \varepsilon$

Dengan Q : kuantitas barang

P : harga barang

ε : error

Model ini mempunyai G = 2 (Q dan P) dan K = 0.

a) Status identifikasi dari fungsi permintaan.

$G - G^{*} = 2 - 2 = 0$ dan $K - K^{*} = 0 - 0 = 0$

Maka $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = 0$

Sedangkan $G - 1 = 2 - 1 = 1$

Sehingga $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) \leq G - 1$

Kesimpulan :fungsi permintaan tidak terdentifikasi.

b) Status identifikasi dari fungsi penawaran.

$G - G^{*} = 2 - 2 = 0$ dan $K - K^{*} = 0 - 0 = 0$

Maka $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = 0$

Sedangkan $G - 1 = 2 - 1 = 1$

Sehingga $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) \leq G - 1$

Kesimpulan : fungsi penawaran tidak teridentifikasi

Contoh 2

Fungsi permintaan : $Q_d = \beta_0 + \beta_1 P + \beta_2 Y + \varepsilon$

Fungsi Penawaran : $Q_s = \alpha_0 + \alpha_1 P + \varepsilon$

(Y : variabel eksogen)

Dengan Q : kuantitas barang

P : harga barang

Y : pendapatan

ε : error

Model ini mempunyai G = 2 (Q dan P) dan K = 1 (Y)

a) Status identifikasi dari fungsi permintaan

$G - G^{*} = 2 - 2 = 0$ dan $K - K^{*} = 1 - 1 = 0$

Maka $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = 0$

Sedangkan $G - 1 = 2 - 1 = 1$

Sehingga $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) < G - 1$

Kesimpulan : fungsi permintaan tidak teridentifikasi

b) Status identifikasi dari fungsi penawaran

$G - G^{*} = 2 - 2 = 0$ dan $K - K^{*} = 1 - 0 = 1$

Maka $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = 1$

Sedangkan $G - 1 = 2 - 1 = 1$

Sehingga $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = G - 1$

Kesimpulan : fungsi penawaran teridentifikasi

Contoh 3

Fungsi permintaan : $Q_d = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Y_t + \varepsilon$

Fungsi Penawaran : $Q_s = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 P_{t-1} + \varepsilon$

Model ini mempunyai G = 2 (Q dan P) dan K = 2 (Y dan P_{t-1})

Dengan Q : kuantitas barang

P : harga barang

Y : pendapatan

ε : error

a) Status identifikasi dari fungsi permintaan

$G - G^{*} = 2 - 2 = 0$ dan $K - K^{*} = 2 - 1 = 1$

Maka $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = 1$

Sedangkan $G - 1 = 2 - 1 = 1$

Sehingga $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = G - 1$

Kesimpulan :fungsi permintaan teridentifikasi

b) Status identifikasi dari fungsi penawaran

$G - G^{*} = 2 - 2 = 0$ dan $K - K^{*} = 2 - 1 = 1$

Maka $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = 1$

Sedangkan $G - 1 = 2 - 1 = 1$

Sehingga $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) = G - 1$

Kesimpulan : fungsi penawaran teridentifikasi

Dengan demikian maka seluruh persamaan dalam model bisa diidentifikasikan.

2. Kondisi *Rank*

Kondisi *order* hanya merupakan kondisi yang diperlukan, tetapi belum cukup menunjukkan kondisi identifikasi artinya, walaupun suatu persamaan sudah bisa diidentifikasikan menurut kondisi *order*, bisa terjadi bahwa persamaan tersebut kembali tidak teridentifikasikan jika diuji dengan kondisi *rank*.

Secara umum dapat dikatakan bahwa sekalipun suatu persamaan telah memenuhi persyaratan $(G - G^{*}) + (K - K^{*}) \geq G - 1$. Persamaan tersebut masih dikatakan tidak teridentifikasikan, karena tidak mungkin untuk mengestimasikan parameter – parameter struktural dari koefisien *reduced form*. Dengan demikian dibutuhkan baik kondisi *order* maupun kondisi *rank* dalam melakukan identifikasi.

Berdasarkan kondisi *rank*, suatu persamaan dalam sistem persamaan simultan, yaitu sistem persamaan yang terdiri dari G persamaan, dapat diidentifikasikan apabila dapat dibentuk sekurang – kurangnya satu determinan bukan nol yang berukuran G-1 dari variabel – variabel yang dikeluarkan dari persamaan tertentu tetapi dimasukkan ke dalam persamaan – persamaan lain dalam model struktural yang sedang diteliti.

Misal model struktural yang berikut :

$Y_{1t} = \alpha_{10} + \alpha_{12}Y_{2t} + \alpha_{13}Y_{3t} + \beta_{11}X_{1t} + \varepsilon_{1t}(3.7)Y_{2t} = \alpha_{20} + \alpha_{23}Y_{3t} + \beta_{21}X_{1t} + \beta_{22}X_{2t} + \varepsilon_{2t}$ (3.8)

$$Y_{3t} = \alpha_{30} + \alpha_{31}Y_{1t} + \beta_{31}X_{1t} + \beta_{32}X_{2t} + \varepsilon_{3t} \quad (3.9)$$

$$Y_{4t} = \alpha_{40} + \alpha_{41}Y_{1t} + \alpha_{42}Y_{2t} + \beta_{43}X_{3t} + \varepsilon_{4t} \quad (3.10)$$

Sistem persamaan di atas dapat dituliskan kembali dalam bentuk berikut ini :

$$Y_{1t} - \alpha_{10} \qquad - \alpha_{12}Y_{2t} - \alpha_{13}Y_{3t} - \beta_{11}X_{1t} \qquad = \varepsilon_{1t} \quad (3.11)$$

$$Y_{2t} - \alpha_{20} \qquad - \alpha_{23}Y_{3t} - \beta_{21}X_{1t} - \beta_{22}X_{2t} \qquad = \varepsilon_{2t} \quad (3.12)$$

$$Y_{3t} - \alpha_{30} - \alpha_{31}Y_{1t} \qquad - \beta_{31}X_{1t} - \beta_{32}X_{2t} \qquad = \varepsilon_{3t} \quad (3.13)$$

$$Y_{4t} - \alpha_{40} - \alpha_{41}Y_{1t} - \alpha_{42}Y_{2t} \qquad - \beta_{43}X_{3t} = \varepsilon_{4t} \quad (3.14)$$

Untuk memudahkan dalam pembuatan model dibentuk tabulasi sebagai berikut :

Tabel 1. Koefisien Variabel Endogen dan Eksogen

Persa-maan No.	Konstanta	Koefisien-koefisien dari variabel						
		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	X_1	X_2	X_3
3.11	$-\alpha_{10}$	1	$-\alpha_{12}$	$-\alpha_{13}$	0	$-\beta_{11}$	0	0
3.12	$-\alpha_{20}$	0	1	$-\alpha_{23}$	0	$-\beta_{21}$	$-\beta_{22}$	0
3.13	$-\alpha_{30}$	$-\alpha_{31}$	0	1	0	$-\beta_{31}$	$-\beta_{32}$	0
3.14	$-\alpha_{40}$	$-\alpha_{41}$	$-\alpha_{42}$	0	1	0	0	$-\beta_{43}$

Pada persamaan (3.11), tidak terdapat variabel Y_4, X_2, dan X_3.Pada tabel di atas terlihat bahwa kolom – kolom variabel tersebut adalah nol di baris pertama. Menurut kondisi *rank* harus diperoleh sekurang – kurangnya satu determinan yang tidak sama dengan nol berdimensi tiga dari matriks koefisien variabel yang tidak terdapat dalam persamaan ini, tetapi terkandung dalam persamaan (3.12), (3.13), dan (3.14). Katakanlah matriks dari koefisien variabel Y_4, X_2, dan X_3 adalah matrik A sebagai berikut :

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -\beta_{22} & 0 \\ 0 & -\beta_{32} & 0 \\ 1 & 0 & -\beta_{43} \end{vmatrix}$$

dan

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & -\beta_{22} & 0 \\ 0 & -\beta_{32} & 0 \\ 1 & 0 & -\beta_{43} \end{vmatrix} = 0$$

Oleh karena itu rank matrik A, yang diberi simbol δ(A), bukan nol melainkan kurang dari tiga. Dengan demikian kondisi *rank* dari persamaan pertama tidak terpenuhi walaupun persamaan ini telah memenuhi kondisi *order*. Dalam persamaan pertama ini, $(G – G^*) = 1$, $(K – K^*) = 2$, $(G – 1) = 3$, sehingga $(G – G^*) + (K – K^*) = G – 1$.

Kondisi *rank* merupakan kondisi identifikasi yang diperlukan sekaligus yang mencukupi. Oleh karenanya, sekalipun kondisi *order* menunjukkan bahwa persamaan pertama *identified*, jika kondisi *rank* tidak terpenuhi, maka persamaan tersebut belum bisa dikatakan *identified*. Persamaan (3.12) dan

(3.13) juga tidak memenuhi kondisi *rank*, sehingga belum bisa dikatakan *identified*, sekalipun sudah memenuhi kondisi *order*.

Pada persamaan (3.14) tidak terdapat variabel Y_3, X_1, dan X_2 . Menurut kondisi *rank* harus ada sekurang – kurangnya satu determinan tidak sama dengan nol yang berdimensi tiga dari matriks koefisien variabel Y_3, X_1, dan X_2 pada persamaan (3.11), (3.12), dan (3.13), matrik tesebut misalkan D :

$$D = \begin{vmatrix} -\alpha_{13} & -\beta_{11} & 0 \\ -\alpha_{23} & -\beta_{21} & -\beta_{22} \\ 1 & -\beta_{31} & -\beta_{32} \end{vmatrix}$$

$$|D| = \begin{vmatrix} -\alpha_{13} & -\beta_{11} & 0 \\ -\alpha_{23} & -\beta_{21} & -\beta_{22} \\ 1 & -\beta_{31} & -\beta_{32} \end{vmatrix} \neq 0$$

Sehingga $\delta(D) = 3$

Dengan demikian maka diantara keempat persamaan di atas (3.11, 3.12, 3.13, dan 3.14), hanya persamaan (3.14) yang teridentifikasi, karena telah memenuhi kondisi *order* maupun kondisi *rank*.

Dari uraian di atas dapat dinyatakan bahwa ada tiga kemungkinan kondisi identifikasi yaitu :

1. Persamaan ke-*i* tidak teridentifikasi jika *rank* $(R_i\Delta) < M-1$ dan *rank* $(R_i) < M-1$

2. Persamaan ke-*i* tepat teridentifikasi jika *rank* ($R_i\Delta$) = M-1 dan *rank* (R_i) = M-1

3. Persamaan ke-*ioveridentified* jika *rank* ($R_i\Delta$) = M-1 dan *rank* (R_i) > M-1

C. Estimasi Parameter

Setelah model regresi simultan dapat diidentifikasi, maka langkah selanjutnya adalah mengestimasi parameter model tersebut.Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter dalam model regresi simultan.

1. Metode *Indirect Least Squares* (ILS)

Metode ILS digunakan untuk mengestimasi sebuah persamaan yang merupakan bagian dari sistem persamaan simultan. Metode ini dinamakan kuadrat terkecil tak langsung, karena parameter struktural diestimasi secara tidak langsung melalui estimasi persamaan – persamaan *reduced form*-nya, dimana variabel endogen diperlakukan hanya sebagai fungsi dari variabel eksogen dan variabel gangguan (*error*). Oleh karena itu, teknik ILS ini hanya cocok untuk mengestimasi persamaan struktural yang *exactly identified* yang merupakan bagian dari sistem persamaan simultan tanpa restriksi pada matrik varian-kovarian dari variabel gangguannya (Sumodiningrat, 1994: 405).

Untuk memahami metode ILS, dapat dikemukakan model penentu pendapatan.Mekanisme penentuan pendapatan diterangkan dengan sistem persamaan simultan berikut :

$$M_t = A_0 + A_1 Y_t + e_{1t} \tag{3.15}$$

$$Y_t = B_0 + B_1 M_t + B_2 I_t + e_{2t} \quad (3.16)$$

Dengan :
M : Banyak uang yang beredar

Y : Pendapatan

I : Investasi

Sistem persamaan simultan tersebut secara matematis dianggap lengkap karena sistem ini terdiri dari dua persamaan dengan dua variabel endogen yaitu M, dan Y. Sementara itu sistem persamaan tersebut mengandung satu variabel eksogen yaitu I.

Langkah pertama dalam menerapkan teknik ILS adalah mendapatkan *reduced form* dari model tersebut adalah persamaan (3.16) dimasukkan pada persamaan (3.15)

$M_t = A_0 + A_1(B_0 + B_1M_t + B_2I_t + e_{2t}) + e_{1t}$

$M_t = A_0 + A_1B_0 + A_1B_1M_t + A_1B_2I_t + A_1e_{2t} + e_{1t}$

$M_t - A_1B_1M_t = A_0 + A_1B_0 + A_1B_2I_t + A_1e_{2t} + e_{1t}$

$(1 - A_1B_1)\, M_t = A_0 + A_1B_0 + A_1B_2I_t + A_1e_{2t} + e_{1t}$

$$M_t = \frac{A_0 + A_1B_0}{1 - A_1B_1} + \frac{A_1B_2}{1 - A_1B_1}I_t + \frac{A_1e_{2t} + e_{1t}}{1 - A_1B_1}$$

$M_t = H_0 + H_1I_t + V_{1t}$(bentuk sederhana) dengan :

$$H_0 = \frac{A_0 + A_1B_0}{1 - A_1B_1}$$

$$H_1 = \frac{A_1B_2}{1 - A_1B_1}I_t$$

$$V_{1t} = \frac{A_1e_{2t} + e_{1t}}{1 - A_1B_1}$$

Persamaan (3.15) dimasukkan dalam persamaan (3.16)

$$Y_t = B_0 + B_1 (A_0 + A_1 Y_t + e_{1t}) + B_2 I_t + e_{2t}$$

$$Y_t = B_0 + A_0 B_1 + A_1 B_1 Y_t + B_1 e_{1t} + B_2 I_t + e_{2t}$$

$$Y_t - A_1 B_1 Y_t = B_0 + A_0 B_1 + B_1 e_{1t} + B_2 I_t + e_{2t}$$

$$(1 - A_1 B_1) Y_t = B_0 + A_0 B_1 + B_2 I_t + B_1 e_{1t} + e_{2t}$$

$$Y_t = \frac{B_0 + B_1 A_0}{1 - A_1 B_1} + \frac{B_2}{1 - A_1 B_1} I_t + \frac{B_1 e_{1t} + e_{2t}}{1 - A_1 B_1}$$

$Y_t = H_2 + H_3 I_t + V_{2t}$(bentuk sederhana) dengan :

$$H_2 = \frac{B_0 + B_1 A_0}{1 - A_1 B_1}$$

$$H_3 = \frac{B_2}{1 - A_1 B_1}$$

$$V_{2t} = \frac{B_1 e_{1t} + e_{2t}}{1 - A_1 B_1}$$

Jadi, persamaan (3.15) dan (3.16) suatu model persamaan simultan yang dapat diubah menjadi bentuk sederhana (*reduced form*) sebagai berikut :

$$M_t = H_0 + H_1 I_t + V_{1t} \tag{3.17}$$

$$Y_t = H_2 + H_3 I_t + V_{2t} \tag{3.18}$$

Jadi penggunaan prosedur ILS sebagai berikut :

a. Persamaan strukturalnya harus *exactly identified*
b. Variabel gangguan dari persamaan *reduced form* harus memenuhi semua asumsi stokastik dari teknik OLS. Karena dalam mengestimasi*reduced form* dipakai teknik OLS.
c. Diperoleh estimasi koefisien bentuk sederhana yang merupakan hasil dari (2). Jika suatu persamaan *just identified*, maka satu lawan satu antara

persamaanbentuk sederhana dengan persamaan struktural, maksudnya satu perkiraan koefisien persamaan bentuk sederhana menghasilkan satu koefisien persamaan struktural.

2. Metode *Two Stage Least Squares* (2 SLS)

Kuadrat terkecil dengan dua tahap (2SLS) merupakan metode persamaan tunggal dengan adanya korelasi antara variabel gangguan dan variabel eksogen, sehingga bila teknik OLS diterapkan pada setiap persamaan struktural secara terpisah, bias simultan dapat dihilangkan (Sumodiningrat, 1994: 412).

Perhatikan model sederhana berikut :

Fungsi pendapatan (1) dan fungsi stok uang (2)

(1) $Y_{1t} = B_{10} + B_{11}Y_{2t} + D_{11}X_{1t} + D_{12}X_{2t} + e_{1t}$ (3.22)

(2) $Y_{2t} = B_{20} + B_{21}Y_{1t} + e_{2t}$ (3.23)

Dengan Y_1= pendapatan
Y_2= stok uang
X_1 = investasi
X_2 = pengeluaran pemerintah
Variabel X_1, X_2 eksogen.

Persamaan (3.22) menyatakan bahwa pendapatan (Y_1) merupakan fungsi dari jumlah stok uang (Y_2), investasi (X_1), dan pengeluaran pemerintah (X_2). Persamaan (3.23) menyatakan bahwa stok uang merupakan fungsi dari tingkat pendapatan. Dengan menerapkan persyaratan *order*,

(1) $Y_{1t} = B_{10} + B_{11}Y_{2t} + D_{11}X_{1t} + D_{12}X_{2t} + e_{1t}$

(2) $Y_{2t} = B_{20} + B_{21}Y_{1t} + e_{2t}$

Model di atas mempunyai G = 1 (Y) dan K = 2 (X_1 dan X_2)

- Status identifikasi dari fungsi (1)

  $G - G^* = 1 - 1 = 0$ dan $K - K^* = 2 - 2 = 0$

  Maka $(G - G^*) + (K - K^*) = 0$

  Sedangkan $G - 1 = 1 - 1 = 0$

  Sehingga $(G - G^*) + (K - K^*) = G - 1$

  Kesimpulan : fungsi (1) *exactly identified*

- Status identifikasi dari fungsi (2)

  $G - G^* = 1 - 1 = 0$ dan $K - K^* = 2 - 0 = 2$

  Maka $(G - G^*) + (K - K^*) = 2$

  Sedangkan $G - 1 = 1 - 1 = 0$

  Sehingga $(G - G^*) + (K - K^*) > G - 1$

  Kesimpulan : fungsi pendapatan *over identified*

Persamaan (3.22) yaitu fungsi pendapatan "*exactly identified",* sedangkan persamaan (3.23) yaitu stok uang "*overidentified*".

Berdasarkan alasan praktis sering kali dipergunakan metode OLS untuk persamaan (3.23) walaupun hasil estimasi akan "*inconsistent*" karena ada korelasi antara Y_1dan e_2. Sesuai dengan namanya *two stage least squares* (2SLS) metode ini melalui dua tahap dengan menggunakan metode OLS, yaitu sebagai berikut.

Tahap 1 (*stage 1*)

Untuk membuat agar Y_1 tidak berkorelasi dengan e_2, buatlah regresi Y_1 terhadap semua *predetermined variable* yang berada dalam seluruh sistem persamaan (model), tidak hanya yang terdapat pada persamaannya sendiri, yaitu persamaan (3.22). Dalam hal ini harus membuat regresi Y_1 terhadap X_1 dan X_2 sebagai berikut :

$$\hat{Y}_{1t} = h_0 + h_1 X_{1t} + h_2 X_{2t} + e_t \quad (3.24)$$

Dari persamaan (3.24) diperoleh persamaan regresi sebagai berikut :

$$\hat{Y}_t = h_0 + h_1 X_{1t} + h_2 X_{2t} \quad (3.25)$$

Persamaan (3.24) merupakan bentuk sederhana (*reduced form*), sebab yang di sebelah kanan tanda persamaan hanya variabel eksogen saja. Sekarang persamaan (3.24) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_{1t} = \hat{Y}_{1t} + e_t \quad (3.26)$$

yang menunjukkan bahwa Y_{1t} terdiri atas $\hat{Y}_{1t}$ yang merupakan kombinasi linear dari X_1 dan X_2 serta kesalahan pengganggu e_t. Berdasarkan teori OLS antara $\hat{Y}_{1t}$ dan e_t tidak berkorelasi.

Tahap 2 (*Stage 2*)

Persamaan *money-supply* yang *overidentified* sekarang dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_{2t} = B_{20} + B_{2t}(\hat{Y}_{1t} + e_t) + e_{2t}$$

$$= B_{20} + B_{21}\hat{Y}_{1t} + (B_{21}e_t + e_{2t})$$

$$= B_{20} + B_{21}\hat{Y}_{1t} + e_t^* \quad (3.27)$$

dengan$e_t^* = B_{21}e_t + e_{2t}$

Ide dasar dari metode 2SLS adalah membebaskan variabel Y_1 dari pengaruh kesalahan pengganggu e_2. Hal ini dicapai dengan regresi bentuk sederhana dari Y_1 terhadap semua variabel eksogen (*predetermined variables*) dalam sistem persamaan (tahap 1), memperoleh $\hat{Y}_t$, kemudian mengganti

Y_1dengan $\hat{Y}_1$ di dalam persamaan aslinya, kemudian menggunakan metodel OLS terhadap persamaan regresi yang baru saja terbentuk (tahap 2).

Sebagai suatu ilustrasi lebih lanjut tentang 2SLS, mengubah "*income money-supply model*" menjadi sebagai berikut :

$Y_{1t} = B_{10} + B_{11}Y_{2t} + D_{11}X_{1t} + D_{12}X_{2t} + e_{1t}$ (3.28)

$Y_{2t} = B_{20} + B_{2t}Y_{1t} + \quad + D_{23}X_{3t} + D_{24}X_{4t} + e_{2t}$ (3.29)

Dengan X_3 = pendapatan pada tahun sebelumnya = $Y_{1(t-1)}$
X_4 = jumlah uang yang beredar pada tahun sebelumnya = $Y_{2(t-1)}$

Jadi, X_3 dan X_4 merupakan *predetermined variables*, nilainya sudah diketahui pada waktu t. Persamaan (3.28) dan (3.29) keduanya *overindentified*. Untuk menerapkan 2SLS dilakukan sebagai berikut :

Tahap 1. Regresikan variabel endogen Y_t dan Y_2 terhadap semua *predetermined variables* dalam sistem persamaan, yaitu sebagai berikut :

$Y_{1t} = h_{10} + h_{11}X_{1t} + h_{12}X_{2t} + h_{13}X_{3t} + h_{14}X_{4t} + e_{1t}$ (3.30)

$Y_{2t} = h_{20} + h_{21}X_{1t} + h_{22}X_{2t} + h_{23}X_{3t} + h_{24}X_{4t} + e_{2t}$ (3.31)

Dari sini diperoleh $\hat{Y}_{1t}$dan $\hat{Y}_{2t}$.

Kemudian Y_{1t} dan Y_{2t} dari persamaan asli ganti dengan $\hat{Y}_{1t}$ dan $\hat{Y}_{2t}$ sebagai berikut :

$Y_{1t} = B_{10} + B_{11}\hat{Y}_{2t} + D_{11}X_{1t} + D_{12}X_{2t} + e_{1t}^*$ (3.32)

$Y_{2t} = B_{20} + B_{2t}\hat{Y}_{1t} + D_{23}X_{3t} + D_{24}X_{4t} + e_{2t}^*$ (3.33)

Dengan $e_{1t}^* = e_{1t} + B_{12}e_{2t}$ dan $e_{2t}^* = e_{2t} + B_{21}e_{1t}$

Perkiraan yang diperoleh akan "*consistent*"

Tahap 2. Persamaan *money-supply* yang *over identified* dapat ditulis :

$Y_{2t} = B_{20} + B_{2t}(\hat{Y}_{1t} + e_t) + e_{2t}$

$= B_{20} + B_{2t}\hat{Y}_{1t} + (e_{2t} + B_{21}e_t)$

$= B_{20} + B_{21}\hat{Y}_{1t} + e_t^*$

Dengan $e_t^* = (e_{2t} + B_{21}e_t)$

D. Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien Determinasi (R^2)adalah suatu fungsi yang tidak pernah menurun dari jumlah variabel independen yang terdapat dalam model regresi.Dengan bertambahnya jumlah variabel independen, maka R^2 selalu meningkat dan tidak pernah menurun. Dengan kata lain, penambahan variabel independen tidak akan menurunkan R^2. Hal ini dapat dipahami dengan cara berikut:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \tag{3.34}$$

Dengan

$$\sum e_i^2 = \sum_i^n (Y_i - \hat{Y})^2$$

$$\sum y_i^2 = \sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

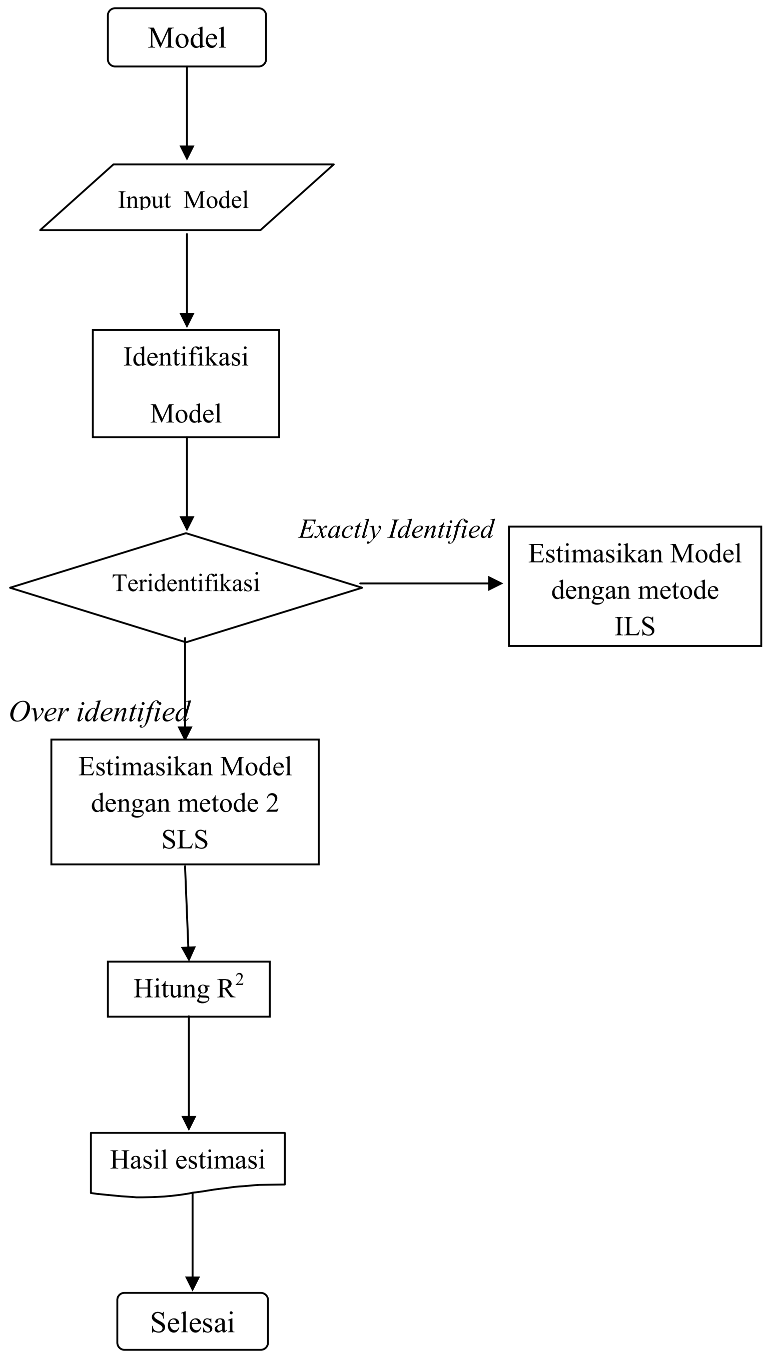
R^2 : koefisien determinasi
$\sum e_i^2$: jumlah kuadrat residu atau variasi yang tidak bisa dijelaskan
$\sum y_i^2$: Jumlah total kuadrat atau total variasi

$\sum y_i^2$tidak tergantung pada banyak variabel dalam model, karena$\sum y_i^2 = \sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2$. Akan tetapi $\sum e_i^2$ tergantung pada jumlah variabel independen dalam model.Semakin besar R^2, maka semakin banyak proporsi variasi variabel dependen yang bisa dijelaskan oleh variasi variabel independennya.

Prosedur estimasi model persamaan simultan dengan metode *two stage least squares* :

1. Membentuk model,
2. Menginput model
3. Mengidentifikasi model, jika model mengalami *exactly identified* maka estimasi yang digunakan dengan metode ILS. Apabila model mengalami *over identified* maka estimasi yang digunakan dengan metode 2SLS. Dalam skripsi ini hanya membahas tentang model yang mengalami *over identified*,
4. Menghitung koefisien determinasi,
5. Hasil estimasi.

Dari prosedur di atas dapat dibentuk dalam flowchart sebagai berikut :



E. Penerapan

Penggunaan model sistem persamaan simultan dalam penerapan berbagai kasus telah demikian luas khususnya dalam bidang ekonomi.Untuk mendapatkan gambaran lebih lanjut dari topik yang telah dikemukakan, penulis mengangkat sebuah kasus dari model ekonomi makro, yaitu untuk Mengetahui hubungan antara stok uang dengan Pendapatan Domestik Regional Bruto.Data yang digunakan berupa data tahunan dalam selang waktu 1990 – 2009 bersumber dari Badan Pusat Statistik Indonesia.Data terdiri dari variabel Pendapatan Domestik Bruto (PDRB), Stok uang, Investasi, dan Pengeluaran Pemerintah.PDRB dan stok uang sebagai variabel endogen, sedangkan investasi dan pengeluaran pemerintah sebagai variabel eksogen.Semua data dalam satuan miliaran rupiah.

Model ekonomi tersebut tersusun atas dua persamaan struktural yang digunakan dalam pengestimasian parameter untuk menentukan tingkat Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB) yaitu :

(1) Fungsi PDRB : $Y_t = A_1 + A_2M_t + A_3I_t + A_4G_t + e_{1t}$

(2) Fungsi Stok Uang : $M_t = B_1 + B_2Y_t + e_{2t}$

Dengan

Y : Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB)
M : Stok Uang
I : Investasi
G : Pengeluaran Pemerintah
$\varepsilon_{1t},\varepsilon_{2t}$: faktor kesalahan acak

Secara umum dapat dijelaskan bahwa Pendapatan Domestik Regional Bruto ditentukan oleh stok uang (penawaran uang), investasi, dan pengeluaran pemerintah, sedangkan stok uang (penawaran uang) ditentukan oleh Pendapatan Domestik Regional Bruto.

Identifikasi Model

Sebelum dilakukan pengestimasian parameter, terlebih dahulu akan dilakukan pengidentifikasian setiap persamaan untuk memastikan apakah persamaan – persamaan dalam model dapat diestimasikan dari variabel – variabel yang diketahui. Dengan menerapkan persyaratan order (*order condition*) :

Fungsi Pendapatan : $Y_t = A_1 + A_2M_t + A_3I_t + A_4G_t + e_{1t}$

Fungsi Penawaran uang : $M_t = B_1 + B_2Y_t + e_{2t}$

Model di atas mempunyai G = 2 (Y dan M) dan K = 2 (I dan G)

- Status identifikasi dari fungsi pendapatan

  $G - G^* = 2 – 2 = 0$ dan $K - K^* = 2-2 = 0$

  Maka $(G - G^*) +(K - K^*) = 0$

  Sedangkan $G – 1 = 2 – 1 = 1$

  Sehingga $(G - G^*) +(K - K^*) < G – 1$

  Kesimpulan : fungsi pendapatan tidak dapat diidentifikasikan (*underidentified*)

- Status identifikasi dari fungsi penawaran uang

  $G - G^* = 2 – 2 = 0$ dan $K - K^* = 2 – 0 =2$

  Maka $(G - G^*) + (K - K^*) = 2$

  Sedangkan $G – 1 = 2 – 1 = 1$

Sehingga $(G - G^*) + (K - K^*) > G - 1$

Kesimpulan : fungsi penawaran dapat diidentifikasikan (*overidentified*)

Karena persamaan pendapatan mengalami *underidentified*, tidak ada yang dapat dilakukan untuk mengestimasi parameternya. Sedangkan untuk fungsi penawaran karena mengalami *overidentified* jika menggunakan ILS untuk mengestimasi parameternya maka tidak akan memperoleh estimasi unik untuk parameter tersebut, bahkan B_2 akan mengalami dua nilai. Jika menggunakan OLS korelasi antara pendapatan Y dan faktor kesalahan ε_2 hasil estimasinya akan tidak konsisten.

Berdasarkan alasan praktis seringkali dipergunakan metode OLS untuk persamaan (2) walaupun diketahui hasil estimasi akan tidak konsisten karena adanya korelasi antara Ydan faktor kesalahan ε_2 . Oleh karena itu digunakan metode *two stage least squares* (2SLS) atau metode kuadrat terkecil dua tahap. Sesuai dengan namanya, metode ini melalui dua tahap dengan menggunakan metode OLS.

Metode *two stage least squares* (2SLS) mengestimasi setiap persamaan struktural secara individu dan setiap persamaan struktural tersebut harus memenuhi asumsi yang ada dalam persamaan regresi klasik. Dalam kasus ini penulis mengasumsikan bahwa setiap persamaan struktural telah memenuhi asumsi regresi klasik, hal ini dilakukan karena keterbatasan pengetahuan penulis tentang teori ekonomi untuk mengubah model persamaan simultan atau mengembangkan model jika ternyata terdapat persamaan yang harus diperbaiki atau penambahan variabel – variabel maupun persamaan.

Estimasi Model

Tahap 1

Untuk membuat agar pendapatan Y tidak berkorelasi dengan ε_2 mula – mula regresikan Y terhadap semua variabel yang telah ditentukan sebelumnya dalam seluruh model, tidak hanya dalam persamaan itu. Dalam hal ini, berarti meregresikan Y terhadap variabel – variabel yang sudah ditentukan I (investasi) dan G (pengeluaran pemerintah) dari hasil output pada lampiran 3 untuk PDRBsebagai berikut :

$$\hat{Y}_t = 402{,}362 + 4{,}223I_t + 1{,}216G_t \quad (3.34)$$

Tahap 2

Estimasikan fungsi stok uang (penawaran uang) (2) dengan meregresikan M bukan pada pendapatan asal Y tetapi terhadap Y yang diestimasikan dalam persamaan (3.34). Maka dari hasil output pada lampiran 3 untuk stok uang diperoleh :

$$M_t = -153{,}335 + 0{,}498\hat{Y}_t$$

Berdasarkan kedua hasil estimasi parameter dapat disusun kedua persamaan sebagai berikut :

$$\hat{Y}_t = 402{,}362 + 4{,}223\ I_t + 1{,}216\ G_t$$

$$M_t = -153{,}335 + 0{,}498\ \hat{Y}_t$$

Persamaan yang terbentuk adalah $\hat{Y}_t = 402{,}362 + 4{,}223\ I_t + 1{,}216G_t$ dan$M_t = -153{,}335 + 0{,}498\ \hat{Y}_t$. Secara statistik, model regresi tersebut signifikan ditunjukkan dengan nilai signifikansi sebesar 0,000.Untuk investasi signifikan mempengaruhi PDRB ditunjukkan dengan nilai signifikan sebesar 0,012 sehingga model tersebut dapat digunakan.Sedangkan untuk pengeluaran pemerintah tidak signifikan mempengaruhi PDRB hal ini ditunjukkan dengan nilai signifikan sebesar 0,533 sehingga model tersebut tidak dapat digunakan.PDRB signifikan mempengaruhi stok uang (penawaran uang) ditunjukkan dengan nilai signifikan sebesar 0,000 sehingga model tersebut dapat digunakan.

Persamaan Y_t berasal dari kondisi keseimbangan yang disyaratkan dalam model. Dalam teori keseimbangan PDRB berlaku Y = M + I + G yang menyatakan bahwa PDRB yang diperoleh akan digunakan untuk stok uang atau penawaran uang (M), investasi perusahaan (I), dan pengeluaran pemerintah membeli barang dan jasa (G), artinya ada suatu ketergantungan antara stok uang dan PDRB. Jika tidak ada suatu usaha pemerintah untuk menanamkan modal dan melakukan pembelanjaan pembangunan tentu saja hal ini akan mengurangi PDRB.

Persamaan fungsi PDRB dan fungsi stok uang merupakan suatu model dasar dalam ekonomi makro untuk menentukan pendapatan. Menurut teori ekonomi makro, terdapat beberapa faktor utama yang menentukan tingkat stok uang yaitu ramalan mengenai keadaan ekonomi di masa depan, kemajuan teknologi, tingkat pendapatan dan perubahan – perubahannya, dan keuntungan yang diperoleh perusahaan – perusahaan.

Mengingat bahwa pendapatan dan perubahan – perubahannya merupakan salah satu faktor utama tersebut maka pengaruh PDRB kepada stok uang tidak boleh diabaikan dan variabel PDRB tetap dipakai dalam model. Suatu hal yang mungkin untuk menjadikan persamaan stok uang signifikan adalah dengan menambah variabel atau persamaan baru dalam sistem, hal ini tidak lepas dari pengetahuan akan konsep dan teori ekonomi.

Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien determinasi (R^2) adalah sebuah fungsi yang tidak pernah menurun dari jumlah variabel independen yang terdapat dalam model regresi.Dengan bertambahnya variabel independen, maka R^2 selalu meningkat dan tidak pernah menurun. Dengan kata lain, penambahan variabel independen tidak akan menurunkan R^2. Untuk mendapatkan nilai R^2 diperoleh dari perhitungan menggunakan rumus :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}$$

Dengan

$$\sum e_i^2 = \sum_i^n (Y_i - \hat{Y})^2$$

$$\sum y_i^2 = \sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

Rincian perhitungan dapat dilihat pada lampiran 2

Persamaan Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB) diperoleh hasil :$\sum e_i^2$ = 3399857 dan $\sum y_i^2$ = 17581925, sehingga diperoleh R^2 = 0,807.Nilai R^2 dari persamaan PDRB (Y) sebesar 0,807 besaran ini menunjukkan bahwa model regresi yang dibangun mampu menjelaskan total keragaman variabel respon sebesar 80,7 % sedangkan sekitar 19,3 % sisanya disebabkan oleh faktor lain yang tidak termasuk dalam model.

Persamaan stok uang (penawaran uang) diperoleh hasil :$\sum e_i^2$ = 213582,6 dan $\sum y_i^2$ = 3724259, sehingga diperoleh R^2 = 0,943.Koefisien determinasi persamaan stok uang sebesar 94,3 % artinya bahwa model persamaan stok uang yang dibangun mampu menjelaskan total keragaman variabel respon yaitu stok uang sebesar 94,3% sedangkan sekitar 5,7% disebabkan oleh faktor lain yang tidak termasuk dalam model.

Hasil estimasi dengan menggunakan paket SPSS menunjukkan angka yang sama. Output program dapat dilihat pada lampiran 3.

Langkah – langkah pengolahan data dengan SPSS untuk metode *Two Stage Least Squares* :

1. Untuk PDRB

a. Buka program SPSS
b. Pada variable view
   - ketik tahun dengan type numeric, pada label ketik tahun, decimal ketik 0
   - Ketik PDRB dengan type numeric, pada label ketik PDRB, decimal ketik 3
   - Ketik stok dengan type numeric, pada label ketik stok uang, decimal ketik 3
   - Ketik investasi dengan type numeric, pada label ketik investasi, pada decimal ketik 3

- Ketik PP dengan type numeric, pada label ketik pengeluaran pemerintah, decimal ketik 3

c. Masukkan data pada data view

d. Untuk menganalisa klik analyze – Regression – 2 stage least squares – muncul kotak dialog 2 stage least squares.

e. Masukkan PDRB pada kotak dependent variable

f. Masukkan investasi dan pengeluaran pemerintah pada kotak explanatory dan instrumental

g. OK

2. Untuk Stok Uang

a. Buka program SPSS

b. Pada variable view

- ketik tahun dengan type numeric, pada label ketik tahun, decimal ketik 0
- Ketik PDRB dengan type numeric, pada label ketik PDRB, decimal ketik 3
- Ketik stok dengan type numeric, pada label ketik stok uang, decimal ketik 3
- Ketik investasi dengan type numeric, pada label ketik investasi, pada decimal ketik 3
- Ketik PP dengan type numeric, pada label ketik pengeluaran pemerintah, decimal ketik 3
- Ketik PDRB2 dengan type numeric, pada label ketik PDRB2, decimal ketik 3.

c. Masukkan data pada data view

d. Untuk menganalisa klik analyze – Regression – 2 stage least squares – muncul kotak dialog 2 stage least squares.

e. Masukkan stok uang pada kotak dependent variable

f. Masukkan PDRB2 pada kotak explanatory dan instrumental

g. O

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai estimasi model persamaan simultan dengan metode *Two Stage Least Squares* maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Prosedur estimasi model dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) melalui penggunaan OLS secara dua tahap.

   Tahap pertama, setiap variabel endogen diregresikan terhadap semua variabel eksogen dari suatu sistem sehingga diperoleh persamaan bentuk sederhana (*reduce form*)

   $$y_h = \sum_{j=1}^{n} x_j \Pi_{jh} + \hat{u}_h \ (h = 1,2, \dots, m)$$

   Tahap kedua, nilai estimasi, $\hat{Y}_h$ dipergunakan untuk mengestimasi persamaan struktural dari model. Nilai estimasi atau ramalan dari variabel endogen diperoleh dengan memasukkan nilai observasi dari variabel eksogen ke dalam persamaan bentuk sederhana. Jika nilai estimasi dari variabel endogen tidak berkorelasi dengan kesalahan pengganggu, maka 2SLS menghasilkan estimasi parameter struktural yang konsisten.

2. Metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel stok uang dengan variabel Produk Domestik

Regional Bruto untuk Daerah Istimewa Yogyakarta yang dimodelkan sebagai berikut :

Fungsi pendapatan : $Y_t = A_1 + A_2M_t + A_3I_t + A_4G_t + \varepsilon_{1t}$

Fungsi Penawaran uang : $M_t = B_1 + B_2\hat{Y}_t + \varepsilon_{2t}$

Dari estimasi dengan metode *Two Stage Least Squares* (2SLS) pada tahap pertama mempunyai penyelesaian :

$$\hat{Y}_t = 402{,}362 + 4{,}223\ I_t + 1{,}216\ G_t$$

Dan pada tahap kedua diperoleh :

$$M_t = -153{,}335 + 0{,}498\ \hat{Y}_t$$

Hasil output program dapat dilihat pada lampiran 3.

Hasil estimasi menunjukkan bahwa PDRB dipengaruhi oleh investasi, dan stok uang dipengaruhi oleh PDRB. Hal ini dapat dilihat dari nilai signifikan sebesar 0,000.

B. Saran

Dalam penulisan skripsi ini dibahas mengenai model persamaan simultan dengan *Two Stage Least Squares* (2SLS) untuk data ekonomi. Agar hasil yang diperoleh lebih akurat maka perlu adanya pengembangan model *Two Stage Least Squares* (2SLS) untuk berbagai ragam data ekonomi dan perlu diadakan penelitian mengenai Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB) dan stok uang ini. Pembaca yang tertarik untuk melanjutkan metode selanjutnya dapat menggunakan *Three Stage Least Squares* (3SLS).

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1

Tabel 2. Data Ekonomi Makro Daerah Istimewa Yogyakarta, 1990-2009

Tahun	PDRB (Y_1)	Stok Uang (Y_2)	Investasi (X_1)	Peng.Pemerintah (X_2)	PDRB 2 ($\hat{Y}_1$)
1990	108,509	9,489	6,066	1,670	430,009
1991	114,144	10,672	6,527	1,872	432,202
1992	122,061	13,373	7,027	2,607	435,207
1993	405,863	14,697	8,345	3,615	441,999
1994	438,707	18,099	9,010	4,017	445,296
1995	482,259	19,677	9,953	4,853	450,295
1996	519,599	22,397	10,671	6,500	455,330
1997	537,853	23,338	11,169	7,375	458,497
1998	477,719	18,897	9,776	4,552	449,181
1999	482,445	19,860	10,001	6,002	451,895
2000	1348,059	456,771	102,695	76,849	929,491
2001	1405,507	481,640	104,276	80,537	940,653
2002	1468,728	524,492	108,666	85,320	965,008
2003	1536,041	581,895	271,009	89,681	1655,885
2004	1614,644	667,362	278,079	94,490	1691,589
2005	1691,088	885,071	284,996	95,949	1722,574
2006	1753,535	911,562	296,516	101,009	1777,376
2007	1829,151	1012,723	403,319	353,796	2535,794
2008	1920,894	1160,000	438,938	381,194	2719,529
2009	4137,815	1223,321	498,150	411,982	3007,020

LAMPIRAN 2

Tabel 3. Data Koefisien Determinasi Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB)

Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB)				
Tahun	$Y_{1i} - \bar{Y}_1$	$Y_{1i} - \hat{Y}_1$	$(Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2$	$(Y_{1i} - \hat{Y}_1)^2$
1990	-1011.22205	-321.5	1022570	103362.5
1991	-1005.58705	-318.058	1011205	101160.8
1992	-997.67005	-313.146	995345.5	98060.5
1993	-713.86805	-36.1358	509607.6	1305.794
1994	-681.02405	-6.5889	463793.8	43.41363
1995	-637.47205	31.96423	406370.6	1021.712
1996	-600.13205	64.26937	360158.5	4130.552
1997	-581.87805	79.35631	338582.1	6297.424
1998	-642.01205	28.53772	412179.5	814.4015
1999	-637.28605	30.55035	406133.5	933.3236
2000	228.32795	418.5676	52133.65	175198.9
2001	285.77595	464.8545	81667.89	216089.7
2002	348.99695	503.7204	121798.9	253734.2
2003	416.30995	-119.844	173314	14362.61
2004	494.91295	-76.9455	244938.8	5920.603
2005	571.35695	-31.4861	326448.8	991.374
2006	633.80395	-23.841	401707.4	568.3939
2007	709.41995	-706.643	503276.7	499344.4
2008	801.16295	-798.635	641862.1	637818
2009	3018.08395	1130.795	9108831	1278698
Jumlah			17581925	3399857
R^2				0.806628

Tabel 4. Data Koefisien Determinasi Stok Uang (Penawaran Uang)

STOK UANG (PENAWARAN UANG)				
Tahun	$Y_{2i} - \bar{Y}_2$	$Y_{2i} - \hat{Y}_2$	$(Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2$	$(Y_{2i} - \hat{Y}_2)^2$
1990	-394.278	-51.3207	155455	2633.814
1991	10.672	-51.2295	154523.5	2624.465
1992	13.373	-50.0252	152407.3	2502.516
1993	14.697	-52.0834	151375.3	2712.68
1994	18.099	-50.3234	148739.7	2532.44
1995	19.677	-51.2348	147525	2625.004
1996	22.397	-51.0222	145442.9	2603.261
1997	23.338	-51.6584	144726.1	2668.585
1998	18.897	-51.4603	148124.8	2648.16
1999	19.86	-51.8485	147384.4	2688.271
2000	456.771	147.2193	2809.445	21673.52
2001	481.64	166.53	6064.235	27732.25
2002	524.492	197.2532	14574.57	38908.82
2003	581.895	-89.4008	31729.66	7992.5
2004	667.362	-21.7145	69482.43	471.5217
2005	885.071	180.5641	231653.7	32603.39
2006	911.562	179.7637	257856	32315
2007	1012.723	-96.7674	370827.7	9363.939
2008	1160	-40.9905	571888.7	1680.22
2009	1223.321	-120.84	671669.1	14602.24
Jumlah			3724259	213582.6
R^2				0.942651

LAMPIRAN 3

Output SPSS

Two-stage Least Squares Analysis (untuk PDRB)

Model Description

		Type of Variable
Equation 1	Y_1	dependent
	X_1	predictor & instrumental
	X_2	predictor & instrumental

MOD_1

Model Summary

Equation 1	Multiple R	.898
	R Square	.807
	Adjusted R Square	.784
	Std. Error of the Estimate	447.204

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Equation 1	Regression	14182068.357	2	7091034.179	35.457	.000
	Residual	3399856.908	17	199991.583		
	Total	17581925.265	19			

Coefficients

		Unstandardized Coefficients				
		B	Std. Error	Beta	t	Sig.
Equation 1	(Constant)	402.362	134.585		2.990	.008
	X_1	4.223	1.492	.743	2.831	.012
	X_2	1.216	1.910	.167	.636	.533

Coefficient Correlations

			X_1	X_2
Equation 1	Correlations	X_1	1.000	-.914
		X_2	-.914	1.000

Two-stage Least Squares Analysis (untuk Stok Uang)

Model Description

		Type of Variable
Equation 2	Y_2	dependent
	$\hat{Y}_1$	predictor & instrumental

MOD_2

Model Summary

Equation 2	Multiple R	.971
	R Square	.943
	Adjusted R Square	.939
	Std. Error of the Estimate	108.928

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Equation 2	Regression	3510685.537	1	3510685.537	295.881	.000
	Residual	213573.844	18	11865.214		
	Total	3724259.381	19			

Coefficients

		Unstandardized Coefficients				
		B	Std. Error	Beta	t	Sig.
Equation 2	(Constant)	-153.335	40.524		-3.784	.001
	$\hat{Y}_1$	.498	.029	.971	17.201	.000